

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой вычислительной математики
и прикладных информационных технологий (ВМиПИТ)

 М. Леденева
23.03.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.16 Математическая статистика

- 1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**
О1.03.03 Механика и математическое моделирование
- 2. Профиль подготовки/специализация:**
Компьютерный инжиниринг в механике сплошных сред
- 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий (ВМиПИТ)
- 6. Составители программы:**
Новикова Нелля Михайловна, д.т.н., профессор, профессор кафедры ВМиПИТ,
Аристова Екатерина Михайловна, к.ф.-м.н., доц., доцент кафедры ВМиПИТ
- 7. Рекомендована:** НМС факультета ПММ 22.03.2023, протокол №5
- 8. Учебный год** 2025-2026 **Семестр:** 4
- 9. Цели и задачи учебной дисциплины**
Цель учебной дисциплины: сформировать у обучающихся комплекс знаний по основным разделам математической статистики как теоретической основы статистической обработки данных.
Задачи учебной дисциплины:
изучение основных задач математической статистики;
формирование у обучающихся навыков решения прикладных задач статистической обработки данных, в том числе с использованием пакетов прикладных программ
- 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** обязательная часть.

Изучение данной дисциплины базируется на теоретических знаниях и практических навыках, полученных в результате освоения следующих дисциплин: Теория вероятностей, Дискретная математика, Математический анализ.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.2	Применяет системный подход и математические методы для формализации решения прикладных задач.	<i>Знать:</i> основные типы задач математической статистики и методы их решения. <i>Уметь:</i> осуществить подготовку исходной информации для применения методов математической статистики. <i>Владеть:</i> инструментальными средствами (ППП) решения основных типов задач математической статистики.
		ОПК-1.3	Осуществляет выбор современных математических инструментальных средств для обработки изучаемых данных в соответствии с поставленной задачей, анализирует результаты расчетов и обосновывает полученные результаты.	<i>Знать:</i> основные принципы системного подхода и особенности его реализации при использовании аппарата математической статистики. <i>Уметь:</i> применять системный подход для формализации прикладной задачи в условиях стохастической неопределенности. <i>Владеть:</i> методами анализа и интерпретации результатов, полученных в результате статистической обработки данных.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах: 3/108

Форма промежуточной аттестации: зачет с оценкой, контрольная работа (1)

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			3 семестр	...
Контактная работа		64	64	...
в том числе:	лекции	32	32	
	практические	16	16	
	лабораторные	16	16	
Самостоятельная работа		44	44	
Промежуточная аттестация (зачет)		-	-	
Итого:		108	108	

13.1. Содержание разделов дисциплины

1. Лекции				
№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины		
1.1	Задачи математической статистики. Основы выборочного метода	Предмет и задачи математической статистики Основы выборочного метода. Задачи математической статистики и вероятностно-статистическая модель. Выборка. Выборочные моменты. Порядковые статистики. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма и полигон частот. Асимптотическое поведение выборочных моментов. Теорема Слуцкого. Асимптотическая нормальность выборочных моментов.		
1.2	Точечные оценки параметров распределения	Точечные оценки и их свойства.: несмещенность, состоятельность, оптимальность. Функция правдоподобия, вклад выборки, функция информации. Неравенство Рао-Крамера. Эффективные оценки. Достаточные статистики. Теорема Неймана-Фишера.		
1.3	Методы нахождения точечных оценок	Методы нахождения точечных оценок. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия Метод моментов.		
1.4	Распределения, связанные с нормальным распределением	Квадратичные и линейные формы от нормальных случайных величин, их свойства. Теорема Фишера. Распределение хи - квадрат (Пирсона); свойства распределения; числовые характеристики. Распределение Стьюдента; его свойства; числовые характеристики. Распределение Фишера-Снедекора; его свойства и числовые характеристики.	moodle (Теория вероятностей и МС) edu.vsu.ru	
1.5	Интервальное оценивание	Построение доверительных интервалов с помощью центральной статистики. Построение доверительных интервалов для параметров нормальной генеральной совокупности. Построение асимптотического доверительного интервала.		
1.6	Проверка статистических гипотез	Проверка простых параметрических гипотез. Рандомизированные и нерандомизированные критерии. Вероятности ошибочных решений. Функция мощности. Равномерно наиболее мощные критерии. Выбор из двух простых гипотез. Лемма Неймана-Пирсона. Проверка статистических гипотез о параметрах нормального распределения. Проверка сложных параметрических гипотез.		
1.7	Критерии согласия и однородности	Проверка гипотез о законе распределения. Критерий согласия хи-квадрат. Критерий согласия Колмогорова. Критерий однородности хи-квадрат. Критерий однородности Колмогорова-Смирнова.		
1.8	Метод наименьших квадратов	Метод наименьших квадратов и функция регрессии. Оценка параметров методом наименьших квадратов и ее свойства. Функция регрессии. Оценка параметров линейной регрессии.		
2. Практические занятия				
2.1	Основы выборочного метода.			moodle (Теория вероятностей и МС) edu.vsu.ru
2.2	Задача определения точечных оценок неизвестных параметров распределения. Методы нахождения точечных оценок.			
2.3	Интервальное оценивание неизвестных параметров распределения.			
2.4	Проверка статистических гипотез.			
2.5	Критерии согласия и однородности.			

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	
1	Задачи математической статистики. Основы выборочного метода	4	2	2	4	12
2	Точечные оценки параметров распределения	6	2	4	6	18
3	Методы построения точечных оценок	4	2	-	5	11
4	Распределения, связанные с нормальным распределением	4	-	-	6	10
5	Интервальное оценивание	4	3	4	6	17
6	Проверка статистических гипотез	6	4	4	9	23
7	Критерии согласия И однородности	2	1	-	4	7
8	Метод наименьших квадратов	2	2	2	4	10
	Итого:	32	16	16	44	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Аудиторные и внеаудиторные (самостоятельные) формы учебной работы студента имеют своей целью приобретение им целостной системы знаний по дисциплине «Математическая статистика». Изучение каждой темы следует начинать с внимательного ознакомления с набором вопросов. Они ориентируют обучающегося, показывают, что он должен знать по данной теме. Освоение дисциплины предполагает следующие направления работы:

- изучение понятийного аппарата дисциплины;
- изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану;
- работу над основной и дополнительной литературой;
- изучение вопросов для самоконтроля (самопроверки);
- самоподготовка к практическим и другим видам занятий;
- самостоятельная работа студента при подготовке к экзамену;
- самостоятельная работа студента в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.

При подготовке к экзамену следует в полной мере использовать лекционный материал и академический курс учебника, рекомендованного преподавателем.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения необходимо выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Туганбаев А.А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / А.А. Туганбаев, В.Г. Крупин. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 320 с. // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/167844 .

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Горлач Б.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебно-методическое пособие / Б. А. Горлач. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 320 с. // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/168478 .
3	Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – Москва: Высшая школа, 2005. – 479 с.
4	Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – Москва: Высшая школа, 2007. – 403 с.
5	Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций / Под ред. Свешникова А.А. – Москва: Лань, 2008. – 448 с. – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=399
6	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учеб. пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж: ВГТУ, 2012. – 164 с. – Ч.1. – Режим доступа http://www.novikova-nm.ru
7	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учеб. пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж: ВГТУ, 2013. – 179 с. – Ч.2. – Режим доступа http://www.novikova-nm.ru

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
8	http://www.lib.vsu.ru/ ВГУ Зональная научная библиотека
9	Манита А.Д. Теория вероятностей и математическая статистика / Д.А. Манита. – Москва : МГУ, 2012. – 210 с. – Режим доступа: http://teorver-online.narod.ru
10	https://intuit.ru/studies/curriculum/16083/video_courses/493/info Теория вероятностей и математическая статистика / НОУ ИНТУИТ
11	Ляликова В.Г. Курс «Теория вероятностей и МС» / Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». – Режим доступа: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=17974

16. Перечень учебно-методического обеспечения

№ п/п	Источник
16	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учебное пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж : ВГТУ, 2012. – 164 с. – Ч.1. – Режим доступа http://www.novikova-nm.ru
17	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учебное пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж : ВГТУ, 2013. – 179 с. – Ч.2. – Режим доступа http://www.novikova-nm.ru

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Теория вероятностей и математическая статистика», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-технического обеспечения дисциплины:

Мебель и оборудование	Программное обеспечение
Лекции	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Windows 10 (лицензионное ПО); Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО); Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО)
Практические занятия	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Windows 10 (лицензионное ПО); Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО); Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО)
Лабораторные занятия	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Windows 10 (лицензионное ПО); Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО); Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО)

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Задачи математической статистики. Основы выборочного метода	ОПК-1	ОПК-1.2, ОПК-1.3	Лабораторная работа 1
2	Точечные оценки параметров распределения. Методы построения точечных оценок		ОПК-1.3	Лабораторная работа 2
3	Методы построения точечных оценок		ОПК-1.3	Практико-ориентированные задания
4	Распределения, связанные с нормальным распределением		ОПК-1.3	Опрос
5	Интервальное оценивание		ОПК-1.3	Лабораторная работа 3
6	Проверка статистических гипотез		ОПК-1.3	Практико-ориентированные задания
7	Критерии согласия и однородности		ОПК-1.3	Опрос
8	Метод наименьших квадратов		ОПК-1.3	Практико-ориентированные задания
Промежуточная аттестация: форма контроля – экзамен				Перечень вопросов заданий

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: Практико-ориентированные задания и лабораторные работы.

Лабораторные работы

Задания лабораторных работ, методические указания по их выполнению, требования к оформлению сформулированы в пп.6,7 (16, 17) Перечня литературы и учебно-методического обеспечения. Каждая лабораторная работа содержит практико-ориентированное задание, которое выполняется с помощью пакета MatLab. Оценивание лабораторной работы осуществляется на основе отчета в шкале 2-5.

Отлично	В отчете представлен теоретический минимум по теме лабораторной
---------	---

	работы; проведен анализ задачи и получено ее решение с использованием ППП или на основе разработанной компьютерной программы; проведен анализ полученного решения и сделаны выводы; отчет аккуратно оформлен.
Хорошо	В отчете представлен теоретический минимум; в анализе задачи и/или в представленном решении имеются незначительные погрешности; отсутствуют некоторые практические выводы; имеются незначительные замечания по оформлению.
Удовлетворительно	В отчете представлен теоретический минимум; не проведен анализ задачи, но получено решение, по которому имеются незначительные замечания; отсутствуют анализ решения и выводы; имеются незначительные замечания по оформлению.
Неудовлетворительно	Задание лабораторной работы выполнено с грубыми ошибками; отчет оформлен неаккуратно.

Примеры практико-ориентированных заданий

1. По схеме бесповторной выборки в некотором крупном городе проводилось исследование количества вызовов скорой помощи в сутки. За последние три года отобраны 90 дней. Результаты представлены в таблице

Число вызовов	Менее 400	400-500	500-600	600-700	700-800	800-900	Более 900	Итого
Кол-во дней	9	12	21	20	18	8	2	90

Найти: а) вероятность того, что среднее число вызовов в день за указанный период отличается от среднего их количества в выборке не более чем на 25 (по абсолютной величине); б) границы, в которых с вероятностью 0.95 заключена доля тех дней за рассматриваемый период, в которых количество вызовов было не менее 700.

2. По данным задачи 1, используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0.05 проверить гипотезу о том, что случайная величина *количество вызовов в день* распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 60 образцов сырья по процентному содержанию в них минерала X (%) и минерала Y (%) представлено в таблице

X, Y	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	Итого
20-30	4	3	1			8
30-40	3	5	2	2		12
40-50	1	4	10	4		19
50-60		3	4	5	2	14
60-70			1	3	3	7
Итого	8	15	18	14	5	60

Необходимо: а) вычислить групповые средние и построить эмпирические линии регрессии; б) вычислить коэффициент корреляции и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y ; в) найти уравнения прямых регрессии и построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии; г) используя соответствующее уравнение регрессии, определить процентное содержание минерала X в сырье, содержащем 18% минерала Y .

4. Одним и тем же прибором со средним квадратическим отклонением случайных ошибок измерений $\sigma = 40$ м произведено 5 равноточных измерений расстояния от орудия до цели. Найти доверительный интервал для оценки истинного расстояния a до цели с надежностью 0,95, зная среднее арифметическое результатов измерений $\bar{x} = 2000$ м.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета с оценкой. Оценивание обучающихся осуществляется в соответствии со следующими критериями:

- решение практико-ориентированных на практических занятиях;
- выполнение лабораторных работ (средний балл).

Отлично	Решены все практико-ориентированные задания, выданные преподавателем на практических занятиях; средний балл по лабораторным работам составляет 4-5.
Хорошо	Решено большинство практико-ориентированных заданий; средний балл по лабораторным работам составляет 3.5-4.
Удовлетворительно	Решено менее половины практико-ориентированных заданий; средний балл по лабораторным работам составляет 3-3.5.
Неудовлетворительно	Решено значительно менее половины практико-ориентированных заданий; средний балл по лабораторным работам составляет менее 3 баллов.

20.3. Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

Вопросы с вариантами ответов

1. Какое из утверждений относительно генеральной и выборочной совокупностей является верным?

- а) генеральная совокупность – часть выборочной
- б) выборочная совокупность – часть генеральной
- в) выборочная и генеральная совокупности равны по численности
- г) правильный ответ отсутствует

Ответ: б)

2. При увеличении объема выборки n и одном и том же уровне значимости α , ширина доверительного интервала

- а) может как уменьшиться, так и увеличиться
- б) уменьшается
- в) не изменяется
- г) увеличивается

Ответ: б)

3. Ломаная, отрезки которой соединяют точки с координатами (x_i, n_i) , где x_i – значение вариационного ряда, n_i – частота, – это:

- а) гистограмма
- б) эмпирическая функция распределения
- в) полигон
- г) кумулята

Ответ: в)

4. Сумма частот признака равна:

- а) объему выборки n
- б) среднему арифметическому значений признака
- в) нулю
- г) единице

Ответ: а)

5. По выборке объема $n=10$ получена выборочная дисперсия $D^*=90$. Тогда уточненная выборочная дисперсия равна

- а) 100
- б) 80
- в) 90
- г) 81

Ответ: г)

6. Какие из названных распределений используются при проверке гипотезы о числовом значении математического ожидания при неизвестной дисперсии?

- а) распределение Фишера
- б) распределение Стьюдента
- в) нормальное распределение
- г) распределение хи-квадрат

Ответ: б)

7. Если все варианты x_i исходного вариационного ряда уменьшить в два раза, то выборочное среднее квадратическое отклонение:

- а) уменьшится в два раза
- б) увеличится в два раза
- в) не изменится
- г) уменьшится в четыре раза

Ответ: а)

8. В результате измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 3,6; 3,8; 4,3. Тогда несмещенная оценка дисперсии равна:

- а) 0,065
- б) 0,13
- в) 3,9
- г) 0,7

Ответ: б)

9. Для того, чтобы по выборке можно было судить о случайной величине, выборка должна быть ...

- а) бесповторной;
- б) бесповторной;
- в) бесповторной;
- г) репрезентативной.

Ответ: г)

10. В магазин завезли обувь: 39, 41, 39, 38, 38, 41, 40, 38, 41, 34, 40, 41, 42, 39, 39, 41 размеров. Составьте вариационный ряд, найдите математическое ожидание, размах, медиану и моду. В ответе укажите последовательно математическое ожидание, размах, медиану и моду.

а) 39,4; 8; 40; 41.

б) 39,5; 6; 41; 40.

в) 39,6; 4; 41; 40.

г) нет правильного ответа

Ответ: в)

Вопросы с кратким текстовым ответом

1. Что такое статистическая гипотеза?

Ответ: предположение относительно параметров или вида закона распределения генеральной совокупности.

2. Что такое мощность критерия?

Ответ: вероятность не допустить ошибку второго рода.

3. Основная гипотеза: $H_0: \sigma^2 = 3,4$. Как может выглядеть конкурирующая гипотеза?

Ответ: Конкурирующей (альтернативной) называют гипотезу, которая противоречит основной гипотезе. Например: $H_1: \sigma^2 < 3,4$.

4. На какие величины подразделяются случайные величины в математической статистике?

Ответ: дискретные и непрерывные случайные величины.

5. Что такое размах ряда?

Ответ: Это разность между наибольшим и наименьшим значениями переменной величины.

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

1) закрытые задания (тестовые с вариантами ответов, средний уровень сложности):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ (полностью или частично неверный).

2) открытые задания (тестовые с кратким текстовым ответом, повышенный уровень сложности):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ (полностью или частично неверный).

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).